

# Colloquium de L'IRMAR

Marie-Françoise Roy

Mardi 18 septembre 2018  
16h30

Pause gourmande à partir de 16h !

Salle 004-006

Bâtiment 22-23, Campus de Beaulieu

## Bornes sur les degrés dans le 17ème problème de Hilbert



Le 17<sup>ème</sup> problème de Hilbert demande si un polynôme en plusieurs variables à coefficients réels qui ne prend que des valeurs positives ou nulles est une somme de carrés de fractions rationnelles. Introduire des dénominateurs est indispensable : si on se restreint aux sommes de carrés de polynômes, la réponse est négative sauf dans des cas très particuliers.

Artin a donné une réponse positive en 1927 par une preuve spectaculaire, très indirecte et non-constructive. Il a montré que si un polynôme n'est pas une somme de carrés de fractions rationnelles, il prend une valeur négative, en utilisant le lemme de Zorn. Les premiers résultats effectifs permettant de construire la somme de carrés à partir de l'hypothèse que le polynôme ne prend que des valeurs positives sont apparus plusieurs décennies après, avec des degrés primitifs récursifs. Les recherches actuelles se concentrent non sur les questions d'effectivité mais sur l'obtention de bornes quantitatives sur les degrés. Le meilleur résultat donne des degrés élémentairement récursifs (une tour de cinq exponentielles).

Exposé suivant : Pierre Schapira, Le mardi 16 octobre